УДК 621.396

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_01_75

Оригинальное исследование

Обнаружение случайного сигнала на фоне негауссовской помехи при наличии обучающих неидеальных помеховых выборок

Е.К. Самаров

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Довольно часто во многих задачах статистической радиотехники и радиофизики статистические выводы основываются не только на наблюдениях, но и на априорных предположениях об исследуемой ситуации, например, в виде тех или иных распределений в изучаемой модели. Как правило, в работах решается задача объединения независимых каналов обнаружения случайного сигнала на фоне случайной помехи независимой интенсивности в предположении нормальности всех случайных величин.

Цель — обнаружение случайного сигнала на фоне аддитивной помехи с негауссовским характером распределения при наличии обучающих неидеальных помеховых выборок на основе максиминного решающего правила при проверке гипотез.

Материалы и методы. В данной работе аналогичный вопрос исследуется для негауссовских нестационарных случайных величин при наличии обучающих неидеальных помеховых выборок.

Результаты. Задачу обнаружения решали на основе информации $2K$ независимых каналов. При этом в основных K каналах формируются выборки размером n комплексных амплитуд смеси сигнала и помехи, в дополнительных K каналах — выборочные значения помехи. Решение задачи осуществляется на основе максиминного решающего правила для проверки гипотезы H_0 против альтернативы H_1.

Выводы. Рассмотрен пример обнаружения случайного сигнала на фоне аддитивной негауссовской нестационарной помехи с плотностью распределения вероятностей, описывающейся законом Лапласа.

Ключевые слова: обучающая выборка; априорные предположения; обнаружение сигнала; смесь сигнала и помехи; максимальное решающее правило; сложные параметрические гипотезы; область устойчивости алгоритма.

Как цитировать

Самаров Е.К. Обнаружение случайного сигнала на фоне негауссовской помехи при наличии обучающих неидеальных помеховых выборок // Труды Санкт-Петербургского государственного морского технического университета. 2025. Т. 4, № 1. С. 75–79. DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_01_75

Рукопись получена: 10.01.2025 **Рукопись одобрена:** 15.02.2025 **Опубликована online:** 20.03.2025

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_01_75

Original study article

Detection of a random signal in non-Gaussian noise with non-ideal training interference samples

Evgeny K. Samarov

Saint Petersburg State Marine Technical University, Saint Petersburg, Russia

ABSTRACT

BACKGROUND: In many problems of statistical radio engineering and radiophysics, statistical conclusions are quite often based on both observations and a priori assumptions about the studied case, e.g. in the form of certain distributions in the studied model. The papers generally solve the problem of combining independent channels used to detect a random signal against a random interference of independent intensity under the assumption of normality of all random variables.

AIM: To detect a random signal against additive non-Gaussian noise with non-ideal training interference samples based on the maximin decision rule used to test assumptions.

MATERIALS AND METHODS: In this paper, a similar issue is studied for non-Gaussian non-stationary random variables with non-ideal training interference samples.

RESULTS: The detection problem is solved based on data from $2K$ independent channels. In this case, n samples of complex amplitudes are made from signal plus noise mixture in primary K channels and sample interference values are derived from auxiliary K channels. The problem is solved using the maximin decision rule to test the H_0 assumption against the alternative H_1 assumption.

CONCLUSIONS: The article reviews an example of detecting a random signal against an additive non-Gaussian non-stationary interference with a probability distribution density described by the Laplace law.

Keywords: training sample; a priori assumptions; signal detection; signal plus noise mixture; maximum decision rule; complex parametric hypotheses; stability region of the algorithm.

To cite this article
Samarov EK. Detection of a random signal in non-Gaussian noise with non-ideal training interference samples. *Transactions of the Saint Petersburg State Marine Technical University.* 2025;4(1):75–79. DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_01_75

Received: 10.01.2025 **Accepted:** 15.02.2025 **Published online:** 20.03.2025

ECO • VECTOR

ВВЕДЕНИЕ

Во многих задачах статистической радиотехники и радиофизики статистические выводы основываются не только на наблюдениях, но и на априорных предположениях об исследуемой ситуации, например в виде тех или иных распределений в изучаемой модели [1–4].

В работах [5–8] решается задача объединения независимых каналов обнаружения случайного сигнала на фоне случайной помехи независимой интенсивности в предположении нормальности всех случайных величин. В данных работах аналогичный вопрос исследуется для негауссовских нестационарных случайных величин.

Обнаружение случайного сигнала на фоне аддитивной негауссовской нестационарной помехи

Пусть обнаружение сигнала проводится на основе информации $2K$ независимых каналов. В первых, основных, K каналах формируются выборки размером n комплексных амплитуд смеси сигнала s и помехи $\{y_{i.k}\}$, $i=1,\ldots,n$; $k=1,\ldots,K$. Во вторых, дополнительных, K каналах может быть только помеха с выборочными значениями $\{x_{j.k}\}$, $j=1,\ldots,m$; $k=1,\ldots,K$.

Пусть $x_{i.k}$ и $y_{j.k}$ — комплексные случайные независимые величины с плотностью распределения вероятностей (ПРВ).

$$W(y_{i.k}) = W\left(|y_{i.k}|, \Delta_k, q_k, \varepsilon_k\right) = \frac{a_{i.k}}{\varepsilon_k \Delta_k (1+q_k)} f_{i.k}\left(\frac{|y_{i.k}|}{\sqrt{\varepsilon_k \Delta_k (1+q_k)}}\right); \quad (1)$$

$$W(x_{j.k}) = W\left(|x_{j.k}|, \varepsilon_k\right) = \frac{b_{j.k}}{\varepsilon_k} g_{j.k}\left(\frac{|x_{j.k}|}{\sqrt{\varepsilon_k}}\right). \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon_k > 0$ — неизвестные энергетические параметры выборочных значений помехи, постоянные в каждом канале; $q_k \geq 0$ — параметры, характеризующие энергетические отношения сигнал-помех (ОСП); $\Delta_k \in \left[\underline{\Delta}, \overline{\Delta}\right]$ $0 < \underline{\Delta} \leq 1 \leq \overline{\Delta} < \infty$ — параметры неидеальности обучающих помеховых выборок; $a_{i.k}$, $b_{j.k}$ — нормировочные постоянные, больше нуля.

Пусть функции $f_{i.k}(y)$ и $g_{j.k}(y)$ при всех $k=1,\ldots,K$, $i=1,\ldots,n$, $j=1,\ldots,m$ имеют следующие свойства:

А) $\dfrac{f_{i.k}(y)}{f_{i.k}(\alpha y)}, \dfrac{g_{j.k}(y)}{g_{j.k}(\alpha y)}$ определены и монотонно возрастают при $y \geq 0$ для произвольного $\alpha > 1$;

Б) $f_{i.k}(y)$, $g_{j.k}(y)$ монотонно стремятся к нулю на $[y_0, +\infty)$ для некоторого $y \geq 0$.

Такие свойства имеют ПРВ большого числа распределений: нормального, Коши, Лапласа, гамма-распределения и другие.

Условие Б) обеспечивает существование всех интегралов, которые встречаются в данной работе.

Сформулируем задачу обнаружения сигнала как задачу проверки гипотезы

$$H_0: \; q_1 = \ldots q_K = 0$$

против альтернативы

$$H_1: \; q_1 \geq q_0, \ldots, q_K \geq q_0,$$

где $q_0 > \dfrac{\overline{\Delta}}{\underline{\Delta}} - 1$ является границей контролируемой области ОСП; последнее неравенство разделяет гипотезу и альтернативу.

Построение максиминного решающего правила

Перейдем к построению максиминного решающего правила. Можно ограничиться классом инвариантных относительно изменения масштаба критериев, поскольку в [8] показано существование максиминного решающего правила в этом классе.

Возьмем распределение параметров Δ_k и q_k, сосредоточенных в точках $\overline{\Delta}$ и 0 при гипотезе H_0 и в точках $\underline{\Delta}$ и q_0 при альтернативе H_1 ($k=1,\ldots,K$).

Для такого выбора распределений параметров Δ_k и q_k наиболее мощное решающее правило, инвариантное относительно изменения масштаба, как это следует из [9], имеет вид

$$\psi = \prod_{k=1}^{K} \sum \frac{\int_0^\infty \prod_{i=1}^{n} W\left(\lambda |y_{i.k}|, \underline{\Delta}, q_0, 1\right) \prod_{j=1}^{m} \left(\lambda |x_{j.k}|, 1\right) \lambda^{2m=2n-1} d\lambda}{\int_0^\infty \prod_{i=1}^{n} W\left(\lambda |y_{i.k}|, \overline{\Delta}, 0, 1\right) \prod_{j=1}^{m} \left(\lambda |x_{j.k}|, 1\right) \lambda^{2m=2n-1} d\lambda} \geq C \quad (3)$$

$$\psi = \psi\left(|y_1|, \ldots, |y_K|, |x_1|, \ldots, |x_K|, \overline{\Delta}, \underline{\Delta}, q_0\right);$$

$$|y_k| = |y_{1k}|, \ldots, |y_{nK}|;$$

$$|x_k| = |x_{1k}|, \ldots, |x_{nK}|;$$

$$k = 1, \ldots, K;$$

C — постоянная, определяемая из соотношения

$$\int_{\psi \geq} \prod_{k=1}^{K} \left(\prod_{i=1}^{n} W\left(|y_{i.k}|, \overline{\Delta}, 0, 1\right) \prod_{j=1}^{m} W\left(|x_{j.k}|, 1\right) \right) dx dy = \alpha_0,$$

где α_0 — заданная вероятность ошибки 1-го рода.

Формулировка и доказательства теорем

Теорема 1. Правило (3) является максиминным решающим правилом для проверки гипотезы H_0 против альтернативы H_1.

В качестве примеров выпишем явный вид правила (3) для некоторых конкретных видов ПРВ:

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_01_75

– для величин, распределенных по нормальному закону $f_{i.k}(y) \equiv g_{j.k}(y) \equiv \exp\left(-|y|^2\right)$, для всех i, j, k, получим

$$\psi = \prod_{k=1}^{K}\left(\frac{\overline{\Delta}}{\underline{\Delta}(1+q_0)}\right)^n \left(\frac{\frac{1}{\overline{\Delta}}\sum_{i=1}^{n}|y_{i.k}|^2 + \sum_{j=1}^{m}|x_{j.k}|^2}{\frac{1}{\underline{\Delta}(1+q_0)}\sum_{i=1}^{n}|y_{i.k}|^2 + \sum_{j=1}^{m}|x_{j.k}|^2}\right)^{m+n};$$

– для величин, распределенных по закону Лапласа $f_{i.k}(y) \equiv g_{j.k}(y) \equiv \exp(-|y|)$, для всех i, j, k, получим

$$\psi = \prod_{k=1}^{K}\left(\frac{\overline{\Delta}}{\underline{\Delta}(1+q_0)}\right)^n \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{\overline{\Delta}}}\sum_{i=1}^{n}|y_{i.k}| + \sum_{j=1}^{m}|x_{j.k}|}{\frac{1}{\sqrt{\underline{\Delta}(1+q_0)}}\sum_{i=1}^{n}|y_{i.k}| + \sum_{j=1}^{m}|x_{j.k}|}\right)^{2m+2n}.$$

Алгоритмы проверки сложных параметрических гипотез в некоторых случаях сохраняют оптимальные свойства для более широкого класса ПРВ по сравнению с тем, для которого они были синтезированы.

Значительный интерес представляет задача определения «области устойчивости» алгоритма, то есть расширенного класса распределений, для которых алгоритмы остаются оптимальными.

Рассмотрим с этой позиции задачу проверки гипотезы H_0 против альтернативы H_1.

Определение. Инвариантной выпуклой оболочкой (ИВО) семейства вещественно-значных функций $G = \left\{G_\beta\right\}_{\beta\in\Omega}$, определенных в B^n, будем называть множество произвольных конечных линейных комбинаций функций из G вида

$$\sum_{s=1}^{N}\alpha_s(y_1,\ldots,y_n)G_\beta(y_1,\ldots,y_n); \; y_i \in B, \beta_s \in \Omega,$$

где N — произвольное натуральное число, α_s — вещественно-значные неотрицательные измеримые по Лебегу функции, такие, что

$$\sum_{s=1}^{N}\alpha_s(y_1,\ldots,y_n) = 1,$$

$$\alpha_s(\lambda y_1,\ldots,\lambda y_n) \equiv \alpha_s(y_1,\ldots,y_n), \; \lambda > 0, \; s = 1,\ldots,N.$$

Рассмотрим расширенный класс ПРВ случайных величин $\left\{y_{i.k}\right\}$: пусть выборка $y_{1k},\ldots,y_{nk}$ основного канала ($k = 1,\ldots,K$; каналы считаем независимыми) представляет собой реализацию комплексной случайной величины, ПРВ которой принадлежит ИВО семейства функций

$$G_0^k = \left\{\prod_{i=1}^{n}W\left(|y_{i.k}|,\Delta_k,0,\varepsilon_k\right)\right\}_{\Delta_k\in\left[\underline{\Delta},\,\overline{\Delta}\right]},$$

в отсутствие сигнала и ИВО семейства

$$G_1^k = \left\{\prod_{i=1}^{n}W\left(|y_{i.k}|,\Delta_k,q_k,\varepsilon_k\right)\right\}_{\Delta_k\in\left[\underline{\Delta},\,\overline{\Delta}\right],\,q_{k\in[q_0,\,+\infty]}}$$

при наличии сигнала.

Плотность распределения случайной помехи $x_{j.k}$ определяется формулой (2) ($j = 1,\ldots,m$; $k = 1,\ldots,K$).

Задачу обнаружения сигнала сформулируем как задачу проверки гипотезы

$$H_0': W_k(y_{1k},\ldots,y_{nk}) \in G_0^k, \; k = 1,\ldots,K,$$

против альтернативы

$$W_k(y_{1k},\ldots,y_{nk}) \in G_1^k, \; k = 1,\ldots,K.$$

Заметим при этом, что произвольный элемент из G_0^k или G_1^k является плотностью некоторого распределения.

Приведем примеры ПРВ из ИВО семейства функций G_1^k:

$$\sum_{s=1}^{m}\frac{|y_{sk}|}{|y_{1k}|+\ldots+|y_{nk}|}\prod_{i=1}^{n}W\left(|y_{i.k}|,\Delta_{ks},q_{ks},\varepsilon_k\right);$$

$$\sum_{s=1}^{2}\frac{\left|\overline{y}_{1k}^{s}\right|^2+\ldots+\left|\overline{y}_{nk}^{s}\right|^2}{|y_{1k}|^2+\ldots+|y_{nk}|^2}\prod_{i=1}^{n}W\left(|y_{i.k}|,\Delta_{ks},q_{ks},\varepsilon_k\right);$$

$$\overline{y}_{1k}^{1} = \mathbf{Re}\,y_{ik}, \; \overline{y}_{1k}^{2} = \mathbf{Im}\,y_{sk}.$$

Теорема 2. Решение правило (3) сохраняет свои максиминные свойства и для проверки гипотезы H_0' против альтернативы H_1'.

В доказательстве теорем 1, 2 используется следующая лемма.

Лемма. Функция $\psi(\ldots,|y_k|,\ldots)$ является монотонно возрастающей по каждому аргументу $|y_k|$, $k = 1,\ldots,K$, то есть $\psi(\ldots,\alpha|y_k|,\ldots) \le \psi(\ldots,\beta|y_k|,\ldots)$ при $0 < \alpha \le \beta$.

При доказательстве леммы используется условие А).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрена и проанализирована задача объединения независимых каналов обнаружения случайного сигнала на фоне негауссовских нестационарных случайных помех при наличии неидеальных обучающих помеховых выборок. Показано, что обнаружение сигнала может быть осуществлено на основе информации $2K$ независимых каналов. В первых, основных, K каналах формируются выборки размером n комплексных амплитуд смеси сигнала и помехи, во вторых, дополнительных, K каналах — только выборочные значения помехи. Приведены примеры для конкретных видов негауссовских помех.

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_01_75

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Источник финансирования. Автор заявляет об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

Конфликт интересов. Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

ADDITIONAL INFO

Funding source. This study was not supported by any external sources of funding.

Competing interests. The author declares that they have no competing interests.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коган И.М. Ближняя радиолокация. Москва: Советское радио, 1973. 272 с.

2. Поляков П.Ф. Прием сигналов в многолучевых каналах. Москва: Радио и связь, 1986. 248 с.

3. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптации информационных систем. Москва: Советское радио, 1977. 432 с.

4. Артюшенко В.М., Воловач В.И., Тяжев А.И. Моделирование непрерывных марковских процессов в дискретном времени на примере радиолокационных сигналов, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями // Радиотехника. 2016. № 12. С. 22–28. EDN: XRLFCB

5. Artyushenko V.M., Volovach V.I., Shakursky M.V. The demodulation signal under the influence of additive and multiplicative non-Gaussian noise. В кн.: Proceedings of 2016 IEEE East-West design and test symposium, EWDTS 2016. Yerevan, 2017. ID 7807704. doi: 10.1109/EWDTS.2016.7807704

6. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Comparative analysis of discriminators efficiency of tracking meters under influence of non-Gaussian broadband and band-limited noise. В кн.: 11th International IEEE scientific and technical conference «Dynamics of systems, mechanisms and machines». 2017. P. 1–4. doi: 10.1109/Dynamics.2017.8239430

7. Artyushenko V.M., Volovach V.I. Synthesis and analysis of discriminators under influence of non-Gaussian noise // J Phys: Conf Ser. 2018. Vol. 944. ID 012004. doi: 10.1088/1742-6596/944/1/012004

8. Леман Э. Проверка статистических гипотез. Москва: Наука, 1979. 408 с.

9. Гаек Я., Шидак З. Теория ранговых критериев / под ред. Л.Н. Большева; пер. с англ. Д.М. Чибисова. Москва: Наука, 1971. 375 с.

REFERENCES

1. Kogan IM. *Near-field radar*. Moscow: Soviet Radio; 1973. 272 p. (In Russ.)

2. Polyakov PF. *Signal reception in multipath channels*. Moscow: Radio and Communication; 1986. 248 p. (In Russ.)

3. Repin VG, Tartakovsky GP. *Statistical synthesis under a priori uncertainty and adaptation of information systems*. Moscow: Soviet Radio; 1977. 432 p. (In Russ.)

4. Artyushenko VM, Volovach VI, Tyazhev AI. Simulation of continuous markov processes in discrete-time by the example of radar signals described by stochastic differential equations. *Radioengineering*. 2016;(12):22–28. EDN: XRLFCB

5. Artyushenko VM, Volovach VI, Shakursky MV. The demodulation signal under the influence of additive and multiplicative non-Gaussian noise. In: *Proceedings of 2016 IEEE East-West design and test symposium, EWDTS 2016*. Yerevan, 2017. ID 7807704. doi: 10.1109/EWDTS.2016.7807704

6. Artyushenko VM, Volovach VI. Comparative analysis of discriminators efficiency of tracking meters under influence of non-Gaussian broadband and band-limited noise. In: *11th International IEEE scientific and technical conference «Dynamics of systems, mechanisms and machines»*. 2017. P. 1–4. doi: 10.1109/Dynamics.2017.8239430

7. Artyushenko VM, Volovach VI. Synthesis and analysis of discriminators under influence of non-Gaussian noise. *J Phys: Conf Ser.* 2018;944:012004. doi: 10.1088/1742-6596/944/1/012004

8. Lehmann E. *Statistical hypothesis testing*. Moscow: Nauka; 1979. 408 p. (In Russ.)

9. Hajek J, Shidak Z. *Theory of ranking criteria.* Bolshev LN, editor; Chibisov DM, transl. from Engl. Moscow: Nauka; 1971. 375 p. (In Russ.)

ОБ АВТОРЕ

Евгений Кимович Самаров, д-р техн. наук, заведующий кафедрой математики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской технический университет»;
адрес: Россия, 190121, Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, д. 3;
eLibrary SPIN: 1077-2126; e-mail: omega511@mail.ru

AUTHOR INFO

Evgeny K. Samarov, Dr. Sci. (Engineering), Head of the Department of Mathematics, Saint Petersburg State Marine Technical University; address: 3 Lotsmanskaya st, Saint Petersburg, 190121, Russia; eLibrary SPIN: 1077-2126;
e-mail: omega511@mail.ru