

Эффективность метода Монте-Карло для численного интегрирования

А.А. Гриднева, П.А. Фролова

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

Обоснование. Численное интегрирование является важной задачей в прикладной математике и вычислительной математике. Среди численных методов, особое место занимает метод Монте-Карло благодаря своей универсальности и простоте реализации. Однако эффективность этого метода во многом зависит от выбранных алгоритмов и параметров, таких как объем выборки и применяемые методы уменьшения дисперсии [1, 2]. В связи с этим проведено исследование по определению оптимальных параметров и оценка эффективности различных методов Монте-Карло в контексте численного интегрирования.

Цель — оценка эффективности метода Монте-Карло при приближенном вычислении определенного интеграла $I = \int_0^1 e^x dx$ с различным количеством испытаний N , а также сравнение различных методов уменьшения дисперсии [1]. В частности, планировалось определить зависимость точности приближения от объема выборки, а также выявить наиболее эффективные алгоритмы для повышения точности.

Методы. Исследование осуществлялось путем проведения численных экспериментов с использованием классического метода Монте-Карло и его вариантов: простейшего метода, геометрического метода, метода выделения главной части, метода существенной выборки, симметризованной оценки и двухгрупповой выборки.

Результаты. Были проведены серии вычислений с объемом выборки $N = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$, после чего были зафиксированы оценки интеграла, ошибки и дисперсии. Кроме того, использовалась статистическая обработка полученных данных для выявления закономерностей.

Выводы. Результаты показали, что при увеличении числа испытаний ошибки вычисления ведут себя как $O(N^{-1/2})$. Эффективными оказались методы уменьшения дисперсии, такие как симметризация, выделение главной части и двухгрупповая выборка, которые обеспечивали наиболее низкую дисперсию и более точные оценки за счет снижения вариации. Снижение объема выборки приводит к значительным потерям в точности, увеличивая ошибку и дисперсию оценки, однако даже при небольшом $N = 10^2$ можно получить быстрый, приближенный результат, пригодный для предварительных оценок.

Исследование подтверждает, что метод Монте-Карло является эффективным инструментом для численного интегрирования. Для практических задач рекомендуется балансировать между размером выборки и используемыми методами оптимизации: при необходимости быстрого приближения с умеренной точностью можно использовать малые N , а для получения высокой точности — значительно увеличить число испытаний и применять более сложные варианты метода Монте-Карло.

Ключевые слова: метод Монте-Карло; численное интегрирование; уменьшение дисперсии; точность оценки; объем выборки.

Список литературы

1. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. Москва: Наука, 1973. 312 с.
2. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров: Пер. с англ. Плиса Д.И. Москва: Мир, 1985. 384 с.

Сведения об авторах:

Алёна Александровна Гриднева — студентка, группа 2-ИАИТ-23ИАИТ-110, институт автоматизации и информационных технологий; Самарский государственный технический университет, Самара, Россия. E-mail: gridnevaalyona@gmail.com

Полина Александровна Фролова — студентка, группа 2-ИАИТ-23ИАИТ-110, институт автоматизации и информационных технологий; Самарский государственный технический университет, Самара, Россия. E-mail: polinafrlv@gmail.com

Сведения о научном руководителе:

Людмила Вячеславовна Воропаева — старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики; Самарский государственный технический университет, Самара, Россия. E-mail: ludmilav2@yandex.ru